

Kalkulus tizenegyedik feladatsor

Függvények határértéke, folytonosság

1. Határozza meg a következő határértékeket! (*Kónya 3.16 3.17 3.18*)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x)}{\sin(3x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x^2)}{\tan(3x^2)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(9x^2)}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt[5]{x}) - 1}{\sin(\sqrt[3]{x})}$

2. Hol és milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvényeknek? (*Kónya 3.2 fejezet*)

a) $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2(x + 3)}$

b) $g(x) = \frac{x^4 - 3x^3}{|2x^2 - 6x|}$

c) $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{|4-x|} + \frac{1}{4-x}, & \text{ha } x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 10x}{x^2 - 11x + 10}, & \text{ha } x < 2 \end{cases}$

d) $j(x) = \frac{\sin(x-2)}{(x^2+4)\sqrt{x^2-4x+4}}$

3. Határozzuk meg az alábbi függvény szakadási pontjait és azok típusát!

$$f(x) = \begin{cases} 5, & \text{ha } x \leq -1 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{25}{8}, & \text{ha } -1 < x < 0 \\ -\frac{1}{8}, & \text{ha } x = 0 \\ \frac{\cos(x) - 1}{4x^2}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$